



КГУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КГУ»)

9 28.04.2026

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТЭ

\_\_\_\_\_ Н.Д. Чичирова

«7» июня 2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

*Математические методы моделирования и прогнозирования*

---

Направление  
подготовки:

15.04.04 Автоматизация технологических  
процессов и производств

Квалификация

магистр

г. Казань, 2022

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО - магистратура по направлению подготовки 15.04.04 Автоматизация технологических процессов и производств (приказ Минобрнауки России от 25.11.2020 г. № 1452)

Программу разработал(и):

Доцент, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ Абдулмянов Т.Р.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Инженерная кибернетика, протокол № н от 05.05.2022

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Смирнов Ю.Н.

Программа рассмотрена и одобрена на заседании выпускающей кафедры Автоматизация технологических процессов и производств, протокол № 5 от 01.06.2022

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Плотников В.В.

Программа одобрена на заседании методического совета института Теплоэнергетики, протокол №5/22 от 07.06.2022

Зам. директора института Теплоэнергетики \_\_\_\_\_ Ахметзянова А.Т. /

Программа принята решением Ученого совета института Теплоэнергетики протокол №5/22 от 07.06.2022

Согласовано:

Руководитель ОПОП \_\_\_\_\_ /Плотников В.В./

# 1. Цель, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

(Цель и задачи освоения дисциплины, соответствующие цели ОП)

Целью освоения дисциплины «Математические методы моделирования и прогнозирования» является изучение методов решения уравнений в частных производных, аналитических и численных, и формирование навыков использования их в научных исследованиях и в инженерных задачах.

Задачами дисциплины являются: ознакомить обучающихся с основными этапами моделирования физических процессов и методами аналитического решения уравнений в частных производных, научить использовать компьютерные методы решения уравнений в частных производных и разрабатывать алгоритмы для численного решения уравнений в частных производных

Компетенции и индикаторы, формируемые у обучающихся:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию и осуществляет её декомпозицию на отдельные задачи УК-1.2 Вырабатывает стратегию решения поставленной задачи (составляет модель, определяет ограничения, вырабатывает критерии, оценивает необходимость дополнительной информации)

## 2. Место дисциплины в структуре ОП

Предшествующие дисциплины (модули), практики, НИР, др. Математические методы моделирования и прогнозирования; Модуль 1

Последующие дисциплины (модули), практики, НИР, др. Математические методы моделирования и прогнозирования; Модуль 2; Производственная практика (научно-исследовательская работа 1)

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Структура дисциплины

Для очной формы обучения

Вид учебной работы	Всего ЗЕ	Всего часов	Семестр(ы)
			1
ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ	2,86	103	103
КОНТАКТНАЯ РАБОТА			
АУДИТОРНАЯ РАБОТА	0,67	24	24
Лекции	0,22	8	8
Практические (семинарские) занятия	0,44	16	16
Лабораторные работы	0	0	0
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ	2,19	79	79
Проработка учебного материала	1,22	44	44
Курсовой проект	0	0	0
Курсовая работа	0	0	0

Подготовка к промежуточной аттестации	0,97	35	35
Промежуточная аттестация:			-
			3

### 3.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и видам занятий

Разделы дисциплины	Всего часов	Распределение трудоемкости по видам учебной работы				Формы и вид контроля	Индексы индикаторов формируемых компетенций
		лекции	лаб. раб.	пр. зан.	сам. раб.		
Раздел 1	6	2		4	19	ТК1	УК-1.1, УК-1.1-31, УК-1.1-В1
Раздел 2	6	2		4	20	ТК2	УК-1.1, УК-1.1-В1, УК-1.1-У1
Раздел 3	6	2		4	20	ТК3	УК-1.2, УК-1.2-31, УК-1.2-У1
Раздел 4	6	2		4	20	ТК4	УК-1.2, УК-1.2-В1, УК-1.2-У1
Экзамен	35				35	ОМ1	УК-1.1-31, УК-1.2, УК-1.2-31
Итого за 1 семестр	24	8	0	16	79		
<b>ИТОГО</b>	<b>24</b>	<b>8</b>	<b>0</b>	<b>16</b>	<b>79</b>		

### 3.3. Содержание дисциплины

Раздел 1. Основные задачи и методы моделирования и прогнозирования

Тема 1.1 Основные этапы построения математических моделей физических явлений и процессов

Эксперимент и математическая модель объекта. Адекватность модели. Методы решения краевых задач. Эксперимент и математическая модель процессов взаимодействия элементов аквакультур. Математическая модель водных биоресурсов и аквакультур. Начальные и граничные условия задач.

Раздел 2. Задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа

Тема 2.1 Уравнения в частных производных второго порядка. Гиперболический тип уравнений

Уравнения гиперболического типа. Граничные и начальные условия для уравнения колебания струны. Решение уравнения колебания струны методом Даламбера в случае бесконечной струны. Физическая интерпретация решения. Решение уравнений колебания для полуограниченной струны с помощью формулы Даламбера. Решение уравнения колебаний методом разделения переменных. Решение неоднородного уравнения методом Фурье. Собственные значения и собственные функции краевой задачи.

Раздел 3. Задачи приводящие к уравнениям эллиптического и параболического типа

Тема 3.1 Уравнения эллиптического и параболического типа

Задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для круга.

Решение уравнения Лапласа в цилиндрических координатах. Уравнение Бесселя.

Решение однородного уравнения теплопроводности методом разделения переменных. Решение неоднородного уравнения теплопроводности методом разделения переменных. Распространение тепла на неограниченном стержне.

Раздел 4. Численные методы решения краевых задач

Тема 4.1 Численные методы решения краевых задач

Численные и аналитические методы решения уравнений в частных производных.

Построение разностных схем для уравнений в частных производных первого и второго порядка. Задача Коши и краевая задача для прямоугольной области.

Устойчивость решения разностных уравнений к малым изменениям начальных условий и правых частей. Сходимость решения разностного уравнения к

точному решению исходного уравнения. Решение систем УЧП при помощи ANSYS

### **3.4. Тематический план практических занятий**

1. Общая классификация уравнений в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка и их решение. 2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка и преобразование к каноническому виду. 3. Решение краевых задач методом разделения переменных. 4. Решение уравнений в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами. 5. Решение уравнений в частных производных при помощи компьютерных систем аналитических вычислений. 6. Численные методы решения (уравнения теплопроводности). Явная схема. 7. Численный метод решения краевой задачи для волнового уравнения. 8. Численное решение уравнений Лапласа и Пуассона.

### **3.5. Тематический план лабораторных работ**

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

### **3.6. Курсовой проект /курсовая работа**

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

## **4. Оценивание результатов обучения**

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации, проводимых по балльно-рейтинговой системе (БРС).

Шкала оценки результатов обучения по дисциплине:

Код	Код	Заплани-рованные	Уровень сформированности индикатора
-----	-----	------------------	-------------------------------------

компетенции	индикатора компетенции	результаты обучения по дисциплине	компетенции				
			Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий	
			от 85 до 100	от 70 до 84	от 55 до 69	от 0 до 54	
			Шкала оценивания				
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно	
			Зачтено		не зачтено		
УК-1	УК-1.1	Знать:					
		Основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.	высокий	средний	ниже среднего	низкий	
		Уметь:					
		Уметь применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	высокий	средний	ниже среднего	низкий	
	УК-1.2	УК-1.2	Владеть:				
			Владеть навыками работы с компьютером как средством управления информацией	высокий	средний	ниже среднего	низкий
			Знать:				
			Методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	высокий	средний	ниже среднего	низкий
			Уметь:				
			Уметь использовать современные методы решения задач при разработке новых технологий в профессиональной деятельности	высокий	средний	ниже среднего	низкий
УК-1.2	УК-1.2	Владеть:					
		Владеть современными языками программирования	высокий	средний	ниже среднего	низкий	

## 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Учебно-методическое обеспечение

#### 5.1.1. Основная литература

1. Математическое моделирование тепломеханических процессов : учебное пособие / С. И. Шувалов ; ред.: Г. В. Ледуховский, Е. Н. Бушуев. - Иваново : ИГЭУ, 2021. - URL: <https://elib.ispu.ru/node/8815>. - Текст : электронный.

2. Уравнения математической физики : учебник для вузов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. - 7-е изд. - М. : МГУ: Наука, 2004. - 798 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 5-211-04843-1. - ISBN 5-02-033599-1. - Текст : непосредственный.

#### 5.1.2.Дополнительная литература

1. Уравнения математической физики : учебное пособие / И. Л. Кондрашева. - М. : МЭИ, 1971. - 105 с. : ил. - 0.29 р. - Текст : непосредственный.

2. Основы алгоритмизации и программирования : учебное пособие для вузов / В.Д. Колдаев; под ред. Л.Г. Гагариной. - М. : ИНФРА - М, 2009. - 416 с. : ил. - (Среднее профессиональное образование). - ISBN 9785160026909. - Текст : непосредственный.

3. Моделирование систем. Динамические и гибридные системы : учебное пособие для вузов / Ю. Б. Колесов, Ю. Б. Сениченков. - СПб. : БХВ-Петербург, 2006. - 224 с. : ил. - ISBN 5-94157-578-5. - Текст : непосредственный.

4. Методы решения уравнений в частных производных с применением компьютерных вычислений : лаб. практикум по дисциплине "Уравнения в частных производных" / Т.Р. Абдульмянов. - Казань : КГЭУ, 2009. - 58 с. - 3364. - Текст : непосредственный.

5. Математическое моделирование : методические указания к выполнению лабораторных работ для студентов, обучающихся по направлению 13.04.01 / сост. В. П. Жуков. - Иваново : ИГЭУ, 2018. - 11 с. - URL: <https://elib.ispu.ru/node/4133>. - Текст : электронный.

### 5.2. Информационное обеспечение

#### 5.2.1. Электронные и интернет-ресурсы

ANSYS 13	Универсальная программная система конечно-элементного (МКЭ) анализа .
Windows 7	
Профессиональная (сертифицированная ФСТЭК)	
LMS Moodle	ПО для эффективного онлайн-взаимодействия преподавателя и студента
Windows 10	Пользовательская операционная система
7-zip	Программа

для  
архивирования  
файлов

### 5.2.2. Профессиональные базы данных / Информационно-справочные системы

№ п/п	Наименование профессиональных баз данных	Адрес	Режим доступа
1	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>
2	eLIBRARY.RU	<a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>	<a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>
3	Scopus	<a href="http://www.scopus.com">www.scopus.com</a>	<a href="http://www.scopus.com">www.scopus.com</a>
4	Springer	<a href="http://www.springer.com">www.springer.com</a>	<a href="http://www.springer.com">www.springer.com</a>
5	Web of Science	<a href="http://apps.webofknowledge.com">apps.webofknowledge.com</a>	<a href="http://apps.webofknowledge.com">apps.webofknowledge.com</a>

### 5.2.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение дисциплины

## 6. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование вида учебной работы	Наименование учебной аудитории, специализированной лаборатории	Перечень необходимого оборудования и технических средств обучения
Лекции	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения, служащие для представления учебной информации большой аудитории (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), демонстрационное оборудование, учебно-наглядные пособия
Практические занятия	Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран) и др.
Лабораторные работы	Учебная лаборатория « _____ », _____	Специализированной лабораторное оборудование по профилю лаборатории:
	Компьютерный класс с выходом в Интернет _____	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер

		(ноутбук), экран), лицензионное программное обеспечение
	Компьютерный класс с выходом в Интернет В-600а	Специализированная учебная мебель на 30 посадочных мест, 30 компьютеров, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), видеокамеры, программное обеспечение
Самостоятельная работа	Компьютерный класс с выходом в Интернет В-600а	Специализированная учебная мебель на 30 посадочных мест, 30 компьютеров, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), видеокамеры, программное обеспечение
	Читальный зал библиотеки	Специализированная мебель, компьютерная техника с возможностью выхода в Интернет и обеспечением доступа в ЭИОС, экран, мультимедийный проектор, программное обеспечение
	Учебная аудитория для выполнения курсового проекта (курсовой работы) _____ (указывается при наличии КР/КП и такой аудитории)	Спец изированная мебель, компьютерная техника с возможностью выхода в Интернет и обеспечением доступа в ЭИОС, программное обеспечение

## 7. Особенности организации образовательной деятельности для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Лица с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) и инвалиды имеют возможность беспрепятственно перемещаться из одного учебно-лабораторного корпуса в другой, подняться на все этажи учебно-лабораторных корпусов, заниматься в учебных и иных помещениях с учетом особенностей психофизического развития и состояния здоровья.

Для обучения лиц с ОВЗ и инвалидов, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, обеспечены условия беспрепятственного доступа во все учебные помещения. Информация о специальных условиях, созданных для обучающихся с ОВЗ и инвалидов, размещена на сайте университета [www//kgeu.ru](http://www//kgeu.ru). Имеется возможность оказания технической помощи ассистентом, а также услуг сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушенным слухом справочного, учебного материала по дисциплине обеспечиваются следующие условия:

- для лучшей ориентации в аудитории, применяются сигналы оповещения о начале и конце занятия (слово «звонок» пишется на доске);
- внимание слабослышащего обучающегося привлекается педагогом жестом (на плечо кладется рука, осуществляется нерезкое похлопывание);
- разговаривая с обучающимся, педагогический работник смотрит на него,

говорит ясно, короткими предложениями, обеспечивая возможность чтения по губам.

Компенсация затруднений речевого и интеллектуального развития слабослышащих обучающихся проводится путем:

- использования схем, диаграмм, рисунков, компьютерных презентаций с гиперссылками, комментирующими отдельные компоненты изображения;
- регулярного применения упражнений на графическое выделение существенных признаков предметов и явлений;
- обеспечения возможности для обучающегося получить адресную консультацию по электронной почте по мере необходимости.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушениями зрения справочного, учебного, просветительского материала, предусмотренного образовательной программой по выбранному направлению подготовки, обеспечиваются следующие условия:

- ведется адаптация официального сайта в сети Интернет с учетом особых потребностей инвалидов по зрению, обеспечивается наличие крупношрифтовой справочной информации о расписании учебных занятий;
- педагогический работник, его собеседник (при необходимости), присутствующие на занятии, представляются обучающимся, при этом каждый раз называется тот, к кому педагогический работник обращается;
- действия, жесты, перемещения педагогического работника коротко и ясно комментируются;
- печатная информация предоставляется крупным шрифтом (от 18 пунктов), тотально озвучивается;
- обеспечивается необходимый уровень освещенности помещений;
- предоставляется возможность использовать компьютеры во время занятий и право записи объяснений на диктофон (по желанию обучающихся).

Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для обучающихся с ОВЗ и инвалидов определяется педагогическим работником в соответствии с учебным планом. При необходимости обучающемуся с ОВЗ, инвалиду с учетом их индивидуальных психофизических особенностей дается возможность пройти промежуточную аттестацию устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п., либо предоставляется дополнительное время для подготовки ответа.

## **8. Методические рекомендации для преподавателей по организации воспитательной работы с обучающимися.**

Методическое обеспечение процесса воспитания обучающихся выступает одним из определяющих факторов высокого качества образования. Преподаватель вуза, демонстрируя высокий профессионализм, эрудицию, четкую гражданскую позицию, самодисциплину, творческий подход в решении профессиональных задач, в ходе образовательного процесса способствует формированию гармоничной личности.

При реализации дисциплины преподаватель может использовать следующие методы воспитательной работы:

- методы формирования сознания личности (беседа, диспут, внушение, инструктаж, контроль, объяснение, пример, самоконтроль, рассказ, совет, убеждение и др.);

- методы организации деятельности и формирования опыта поведения (задание, общественное мнение, педагогическое требование, поручение, приучение, создание воспитывающих ситуаций, тренинг, упражнение, и др.);

- методы мотивации деятельности и поведения (одобрение, поощрение социальной активности, порицание, создание ситуаций успеха, создание ситуаций для эмоционально-нравственных переживаний, соревнование и др.)

При реализации дисциплины преподаватель должен учитывать следующие направления воспитательной деятельности:

*Гражданское и патриотическое воспитание:*

- формирование у обучающихся целостного мировоззрения, российской идентичности, уважения к своей семье, обществу, государству, принятым в семье и обществе духовно-нравственным и социокультурным ценностям, к национальному, культурному и историческому наследию, формирование стремления к его сохранению и развитию;

- формирование у обучающихся активной гражданской позиции, основанной на традиционных культурных, духовных и нравственных ценностях российского общества, для повышения способности ответственно реализовывать свои конституционные права и обязанности;

- развитие правовой и политической культуры обучающихся, расширение конструктивного участия в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах самоорганизации, самоуправления, общественно-значимой деятельности;

- формирование мотивов, нравственных и смысловых установок личности, позволяющих противостоять экстремизму, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам, межэтнической и межконфессиональной нетерпимости, другим негативным социальным явлениям.

*Духовно-нравственное воспитание:*

- воспитание чувства достоинства, чести и честности, совестливости, уважения к родителям, учителям, людям старшего поколения;

- формирование принципов коллективизма и солидарности, духа милосердия и сострадания, привычки заботиться о людях, находящихся в трудной жизненной ситуации;

- формирование солидарности и чувства социальной ответственности по отношению к людям с ограниченными возможностями здоровья, преодоление психологических барьеров по отношению к людям с ограниченными возможностями;

- формирование эмоционально насыщенного и духовно возвышенного отношения к миру, способности и умения передавать другим свой эстетический опыт.

*Культурно-просветительское воспитание:*

- формирование эстетической картины мира;

- формирование уважения к культурным ценностям родного города, края, страны;

- повышение познавательной активности обучающихся.

*Научно-образовательное воспитание:*

- формирование у обучающихся научного мировоззрения;

- формирование умения получать знания;

- формирование навыков анализа и синтеза информации, в том числе в профессиональной области.

### Вносимые изменения и утверждения на новый учебный год

№ п/п	№ раздела внесения изменений	Дата внесения изменений	Содержание изменений	«Согласовано» Зав. каф. реализующей направление	«Согласовано» председатель УМК института (факультета), в состав которого входит выпускающая
1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					

*Приложение к рабочей  
программе дисциплины*



**КГЭУ**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)**

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
по дисциплине**

---

*Б1.О.07 Математические методы моделирования и прогнозирования*

*(Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)*

Направление подготовки 15.04.04 Автоматизация технологических процессов  
и производств

*(Код и наименование направления подготовки)*

Квалификация

магистр

---

*(Бакалавр / Магистр)*

г. Казань, 2022



Технологическая карта формируется для каждого вида промежуточной аттестации (зачета, экзамена, курсового проекта или работы)

## 2. Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации

Шкала оценки результатов обучения по дисциплине:

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Уровень сформированности индикатора компетенции			
			Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий
			от 85 до 100	от 70 до 84	от 55 до 69	от 0 до 54
			Шкала оценивания			
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
			Зачтено			не зачтено
УК-1	УК-1.1	Знать:				
		Основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.	высокий	средний	ниже среднего	низкий
		Уметь:				
		Уметь применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	высокий	средний	ниже среднего	низкий
		Владеть:				
		Владеть навыками работы с компьютером как средством управления информацией	высокий	средний	ниже среднего	низкий
	УК-1.2	Знать:				
		Методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	высокий	средний	ниже среднего	низкий
		Уметь:				
		Уметь использовать современные	высокий	средний	ниже среднего	низкий

		методы решения задач при разработке новых технологий в профессиональной деятельности				
		Владеть:				
		Владеть современными языками программирования	высокий	средний	ниже среднего	низкий

### 3. Перечень оценочных средств

Краткая характеристика оценочных средств, используемых при текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося по дисциплине:

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Описание оценочного средства
----------------------------------	--	------------------------------

Оценка **«отлично»** выставляется за знание теоретического материала, выполнение практических заданий, письменный и устный отчет о выполненном практическом задании. Высокий уровень знаний теоретического материала = правильно выполнены все задания в соответствии с требованиями, своевременно предоставлен отчет о выполнении работы.

Оценка **«хорошо»** (средний уровень) выставляется за то, что теоретический материал знает, правильно выполнены все задания, предоставлен отчет о выполнении работы, в случае несвоевременного предоставления отчета и наличие несущественных ошибок в выполнении заданий.

Оценка **«удовлетворительно»** (ниже среднего) выставляется за то, что выполнены не все задания, но более 50%, несвоевременно предоставлен отчет о выполнении работы.

Оценка **«неудовлетворительно»** (низкий) выставляется за то, что выполнено менее 50% заданий, отчет о выполнении работы не предоставлен.

### 4. Перечень контрольных заданий или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины

*Пример задания*

*Примеры задач:*

**Задание №1.** Решить задачу Коши для линейного уравнения с частными производными первого порядка с переменными коэффициентами

$$a) 4u_x + u_y = 2; \quad x_0 = 3t; \quad y_0 = 2t - 1; \quad u_0 = t.$$

$$\text{б) } 2u_x + 3u_y = 8; x_0 = 3t; y_0 = t + 4; u_0 = 5t.$$

**Задание №2.** Преобразовать в канонический вид уравнения:

$$\text{а) } x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} = 0, x > 0, y > 0.$$

$$\text{б) } x^2 u_{xx} - 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} = 0, x > 0.$$

$$\text{в) } u_{xx} - 4u_{xy} + 5u_{yy} = 0.$$

Для **высокого уровня** он представляет собой контрольные работы с формулировкой уравнений, законов, основных понятий и определений и умения применять эти законы для решения практических задач.

**Задание №1.** Найти общее решение и решение задачи Коши уравнения в частных производных:

$$u_{xx} - u_{yy} - 2u_x + 2u_y = 0,$$

$$u(x, 0) = 0, u_y(x, 0) = 2.$$

**Задание №2.** а) Пластина толщины  $l$ , бесконечной протяженности в двух направлениях, имеет плотность  $\Gamma$ , удельную теплоемкость  $c$  и коэффициент теплопроводности  $k$ . Начальное распределение температуры пропорционально координате  $x$ ,  $u(x, 0) = x/2$ , где  $0 \leq x \leq l$  (ось  $x$  направлена в поперечном направлении пластины). Определить дальнейшее распределение температуры в пластине при условии, что стенки пластины поддерживаются при нулевой температуре.

б) Струна длины  $l$ , с жестко закрепленными концами, имеет в начальный момент времени форму параболы. Найти колебания струны, если начальная скорость ее точек равна нулю, натяжение постоянно и равно  $k$ , линейная плотность струны равно  $\rho$ .

**Задание №3.** Используя метод сеток, найти приближенное решение а)

уравнения Пуассона  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y)$  с заданными граничными условиями и б)

уравнения Лапласа ( $f = 0$ ).

### Примеры задач

**Задание 1.** Используя метод сеток, составить решение смешанной задачи для

дифференциального уравнения параболического типа  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  (уравнение

теплопроводности) при заданных начальных и граничных условиях  $u(x, 0) = f(x)$ ,

$u(0, t) = j(t)$ ,  $u(l, t) = y(t)$ , где  $x \in [0; 0.6]$ . Решение выполнить при  $h = 0.1$ ,

$\tau = h^2 / 6 = 0.0017$  для  $t \in [0; 0.01]$  с четырьмя десятичными знаками.

**Задание 2.** Используя метод сеток, найти приближенное решение уравнения  $au_{xx} + bu_{xy} + cu_{yy} + du_x + eu_y + fu = g(x, y)$  внутри единичного квадрата ABCD с

краевыми условиями  $u(x, 0) = y_1(x)$ ,  $u(0, y) = y_1(y)$ ,  $u(x, 1) = y_2(x)$ ,  $u(1, y) = y_2(y)$ ,  $g(x, y) = \sin x \cos y$ . Решение разностного уравнения получить с точностью  $\epsilon = 10^{-6}$  с шагом  $h = 0,2$ .

**Для текущего контроля ТК1:**

Проверяемая компетенция: Наименование компетенции, индикатора  
Тест

### *Примеры тестовых заданий*

#### *Пример теста №3 " Методы решения УЧП".*

##### *Задание {{ 1 }} АЗФ\_28*

Отметьте правильный ответ

Основными методами решения уравнений в частных производных являются

- метод изоляции интервала;
- метод наименьших квадратов;
- метод разностных уравнений;
- метод конечных сумм;
- объединения переменных.

#### *Пример теста №4 " Численные методы решения УЧП".*

##### *Задание {{ 17 }} САФ\_17*

Установите соответствие между элементами групп

Разностное уравнение для уравнения колебания струны: 
$$\frac{u_i^{j+1} - 2u_i^j + u_i^{j-1}}{t^2} = \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j}{h^2}$$

Разностное уравнение для уравнения теплопроводности: 
$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{t} = \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j}{h^2}$$

Разностное уравнение для уравнения Лапласа: 
$$\frac{u_{i+1,j} - 2u_{ij} + u_{i-1,j}}{h_1^2} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{ij} + u_{i,j-1}}{h_2^2}$$

Разностное уравнение для уравнения переноса: 
$$\frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{t} + \frac{u_i^j - u_{i-1}^j}{h} = 0$$

**Для промежуточной аттестации:**

### ***Базовые вопросы***

1. Уравнения в частных производных и методы их решения.
2. Эксперимент и математическая модель теплопроводности. Начальные и граничные условия.
3. Вывод уравнения колебания струны. Краевые и начальные условия и их физический смысл.
4. Движение несжимаемой жидкости и газа в пористой среде. Уравнения Лапласа.
5. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.
6. Преобразование к новым переменным. Характеристическое уравнение и общий интеграл.
7. Канонический вид параболических, гиперболических и эллиптических уравнений. Примеры.
8. Решение задачи Коши для уравнений колебания струны методом Даламбера.
9. Единственность и устойчивость решения уравнения колебания струны.
10. Физическая интерпретация решения уравнения колебания струны.
11. Решение уравнения колебания полуограниченной и ограниченной струны. Метод продолжения.
12. Решение уравнения колебания струны с ненулевыми граничными условиями. Принцип суперпозиции.
13. Решение краевой задачи для уравнений колебания струны методом разделения переменных (метод Фурье).
14. Собственные значения и собственные функции краевой задачи.
15. Вынужденные колебания струны.
16. Колебания прямоугольной мембраны. Начальные и граничные условия.
17. Уравнения колебания в полярных координатах.
18. Колебания круглой мембраны.
19. Волновое уравнение. Формула Пуассона.
20. Физическая интерпретация решения волнового уравнения. Волновой фронт.

### ***Вопросы для продвинутого уровня***

21. Задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа. Примеры решения уравнения Лапласа.
22. Гармонические функции. Формула Грина.
23. Интегральное представление для гармонических функций.
24. Основные свойства гармонических функций.
25. Задача Дирихле и ее решение с помощью функции Грина.
26. Решение задачи Дирихле для круга методом Фурье.
27. Задача о распространении тепла в бесконечном теплоизолированном стержне.
28. Задача о распространении тепла вдоль стержня при теплообмене через боковую поверхность.
29. Задача о распространении тепла в кольце Фурье.
30. Решение задачи для пространственного уравнения теплопроводности.
31. Численные методы решения уравнений математической физики.
32. Построение разностных схем для уравнений второго порядка.
33. Задача Коши и краевая задача в прямоугольной и криволинейной области.
34. Аппроксимация и устойчивость разностной схемы. Сходимость численного решения к точному решению.